

LXXIX МОСКОВСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

13 марта 2016 года • 10 класс

**Задача 1.** Можно ли число  $\frac{1}{10}$  представить в виде произведения десяти положительных правильных дробей? (То есть выражений вида  $\frac{p}{q}$ , где  $p$  и  $q$  — натуральные числа и  $p < q$ .)

**Задача 2.** Внутри выпуклого четырехугольника  $A_1A_2B_2B_1$  нашлась такая точка  $C$ , что треугольники  $CA_1A_2$  и  $CB_1B_2$  правильные. Точки  $C_1$  и  $C_2$  симметричны точке  $C$  относительно прямых  $A_2B_2$  и  $A_1B_1$  соответственно. Докажите, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $A_2B_2C_2$  подобны.

**Задача 3.** Уравнение с целыми коэффициентами  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  имеет 4 положительных корня с учетом кратности (т.е. сумма кратностей всех положительных корней этого уравнения равна 4). Найдите наименьшее возможное значение коэффициента  $b$  при этих условиях.

**Задача 4.** Бесконечную клетчатую доску раскрасили шахматным образом, и в каждую белую клетку вписали по отличному от нуля целому числу. После этого для каждой черной клетки посчитали разность: произведение того, что написано в соседних по горизонтали клетках, минус произведение того, что написано в соседних по вертикали. Могут ли все такие разности равняться 1?

**Задача 5.** В куб с ребром 1 поместили 8 непересекающихся шаров (возможно, разного размера). Может ли сумма диаметров этих шаров быть больше 4?

**Задача 6.** В однокруговом хоккейном турнире принимало участие 2016 команд. По регламенту турнира за победу дается 3 очка, за поражение 0 очков, а в случае ничьей играется дополнительное время, победитель которого получает 2 очка, а проигравший — 1 очко. По окончании турнира Остапу Бендеру сообщили количество очков, набранных каждой командой, на основании чего он сделал вывод, что не менее  $N$  матчей закончились дополнительным временем. Найдите наибольшее возможное значение  $N$ .

---

XIV устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов  
состоится 17 апреля.

Подробности — на странице [olympiads.mccme.ru/ustn/](http://olympiads.mccme.ru/ustn/) (после 20 марта)

---

Задачи, решения, информация о закрытии

LXXIX Московской математической олимпиады

на сайте [www.mccme.ru/mmo/](http://www.mccme.ru/mmo/)